14-1-2019

UPZMG

Herramientas matemáticas para la localización espacial

Cinemática de Robot

Jesús Jail Avalos Lupercio.

Resumen y Mapa conceptual

La manipulación de piezas llevada a cabo por un robot implica el movimiento espacial de su extremo. Así mismo para que el robot pueda recoger una pieza, es necesario conocer la posición y orientación de esta con respecto a la base del robot. Estas herramientas han de ser lo suficientemente potentes como para permitir obtener de forma sencilla relaciones espaciales entre distintos objetos y en especial entre estos y el manipulador.

Los denominados cuaternios, al tratarse de una herramienta de uso más restringido, no son analizados con el suficiente detalle en la bibliografía existente. Se trata de un método de gran economía computacional utilizando incluso por algunos robots comerciales para la representación de orientación y por ello se ha incluido un apartado dedicado a su estudio.

Para localizar un cuerpo rígido en el espacio, es necesario contar con una herramienta que permita la localización espacial de sus puntos. En un plano de posicionamiento tiene dos grados de libertad y por lo tanto la posición de un punto vendrá definida por dos componentes independientes. Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido. Estos se denominan sistemas cartesianos y en el caso de trabajo en el plano (2 Dimensiones).

El sistema de referencia OXY correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX y OY perpendiculares entre sí con un punto de intersección común O.

Si se trabaja en un plano, con un sistema coordenado OXY de referencia asociado, un punto A vendrá expresado por las componentes (X, Y) correspondientes a los ejes coordenados del sistema OXY. Las matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso de algebra matricial.

Un vector p de plano se puede representar en ambos sistemas como:



Las matrices de rotación puedes componerse para expresar las aplicaciones continuas de varias rotaciones. Así el sistema OUVW se le aplica una rotación de ángulo α sobre OX seguida de una rotación de ángulo θ sobre OZ, la rotación global puede expresarse como:



Para la representación de orientación en un espacio tridimensional mediante una matriz de rotación es necesario definir nueve elementos. Aunque la utilización de las matrices de rotación presente múltiples ventajas, como se verá en el siguiente epígrafe, existen otros métodos de definición de orientación que hacen únicamente uso de tres componentes para su descripción. Este es el caso de los ángulos de Euler.

Es una de las representaciones más habituales entre las que realizan los giros sobre ejes previamente girados. Se le suele asociar con los movimientos básicos de un giroscopio, si se parte en los sistemas OXYZ y OUVW inicialmente coincidentes, se puede colocar al sistema OUVW en cualquier orientación siguiendo los pasos.

1. Gira el sistema OUVW un ángulo φ con respecto al eje OZ, convirtiéndose así en el OU’V’W’
2. Gira el sistema OU’V’W’ un ángulo θ con respecto al eje OU’, convirtiéndose, así en el OU” V” W”
3. Gira el sistema OUV’W” un ángulo Ѱ con respecto al eje OU’’’V’’’W’’’

ROLL, PITCH AND YAW (Alabeo, cabeceo y guiñada)

Se trata de la representación utilizada generalmente en aeronáutica, Es también la más habitual de entre los que se aplican a los giros sobre los ejes del sistema fijo si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW, al igual que en el caso anterior, se puede colocar al sistema OUVW en cualquier orientación siguiendo los siguientes pasos.

1. Girar el sistema OUVW un ángulo Ѱ con respecto si eje OX es el denominado YAW o guiñada.

CUATERNIOS

Pueden ser utilizados como herramienta matemática de gran versatilidad computacional para trabajar con giros y orientaciones empleadas por algunos robots comerciales (ABB). Para comprender la verdadera utilidad de los cuaternios, es necesario analizar sus propiedades y ver la aplicación práctica de las mismas. Esto se realizará en un epígrafe posterior, exponiéndose aquí únicamente su definición.

Un cuaternio Q está constituido por cuatro componentes () que representan las coordenadas del cuaternio a la componente e: , y parte vectorial al resto de componentes. De modo que un cuaternio se puede representar como:



Donde S representa la parte escalar, y V la parte vectorial.

En los epígrafes anteriores se han estudiado distintos métodos de representar la posición o la orientación de un sólido en el espacio. Pero ninguno de estos métodos por si solo permite una representación conjunta de la posición y de la orientación (localización). Para solventar este problema se introdujeron las denominadas coordenadas homogéneas.

Relación entre los distintos métodos de localización espacial.

Ya que a los métodos vistos para la representación espacial son equivalentes, es decir, expresan lo mismo

De forma distinta, deberá existir un modo de pasar de un tipo de representación a otro. A través de ellas es posible pasar de una representación a cualquier otra, aunque en algunos casos sea más cómodo utilizar una representación auxiliar intermedia.

Par de rotación: Matriz de transformación homogénea.

Al igual que en el caso de los ángulos de Euler, mediante un eje y ángulo de rotación solo es posible representar orientación de ahí que únicamente quede definida, la submatriz de rotación de la matriz homogénea de transformación.

Relación entre los distintos métodos de localización espacial.

Expresan lo mismo de forma distinta Deberá existir un modo de pasar de uno a otro.

Comparación de método espacial.

La comparación se realiza fundamentalmente en razón a su capacidad

Aplicación de los cuaternios.

Matrices de transformación homogénea.

Relación y composición entre los distintos métodos de localización espacial.

Utilización de los cuaternios

Propicia el uso de los cuaternios para la representación y composición de rotaciones.

Algebra de cuaternios

Están formados por 4 componentes que representan las coordenadas de un cuaternio en una base

Aplicación de las matrices homogéneas

Representación y posición de un sistema OXYZ

Coordenadas, matrices y homogéneas

Se realiza a través de coordenadas de un espacio (n+1) dimensional

Par de rotación

Puede utilizar mediante la definición de un vector K y un ángulo de giro θ, tal que el OUV corresponde al sistema OXYZ

Ángulos de Euler

En un espacio tridimensional mediante una matriz de rotaciones es necesario definir nueve elementos

Matrices de rotación

Son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido a la comodidad que proporciona el uso del algebra.

Coordenadas esféricas

Es posible utilizar coordenadas para realizar la localización de un vector en un espacio de 3 dimensiones.

Coordenadas polares y cilíndricas.

Es posible también caracterizar la localización de un punto o vector P

Coordenadas cartesianas

Si se trabaja en un plano, con un sistema coordenado OXY de referencia asociado

Sistema cartesiano de referencia.

Se define mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido

Representación de la orientación.

Representación de la posición.

HERRAMIENTAS MATEMATICAS PARA LA LOCALIZACION ESPACIAL.